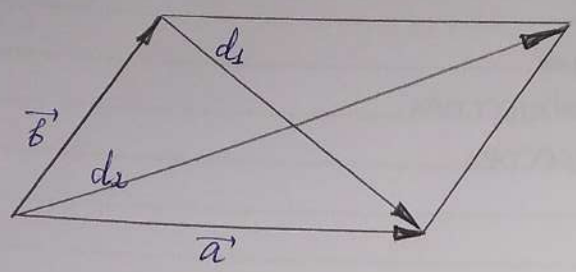
Задание 2

Вычислить угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$



Одна из диагоналей параллелограмма является суммой данных векторов, вторая — их разностью.

$$\vec{d_1} = \vec{a} - \vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k} - \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} = \vec{i} - 8\vec{j} + 9\vec{k}$$

$$\vec{d_2} = \vec{a} + \vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k} + \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$$

Т.е. векторы $\vec{d_1}$, $\vec{d_2}$ имеют координаты

$\vec{d_1}(1, -8, 9)$

$\vec{d_2}(3, -4, 5)$

Угол между диагоналями параллелограмма находим как угол между векторами $\vec{d_1}$ и $\vec{d_2}$.

$$\cos\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \cdot \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}}, \quad \text{где } \vec{a}(x_1, x_2, x_3),\ \vec{b}(y_1, y_2, y_3)$$

Получим:

$$\cos\angle(\vec{d_1}, \vec{d_2}) = \frac{1 \cdot 3 - 8 \cdot (-4) + 9 \cdot 5}{\sqrt{1^2 + (-8)^2 + 9^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 5^2}} =$$

$$= \frac{80}{\sqrt{146} \cdot \sqrt{50}} = \frac{80}{\sqrt{146} \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{73} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{73}} = \frac{8\sqrt{73}}{73} \approx 0{,}936$$

$\angle(d_1, d_2) = \arccos \frac{8\sqrt{73}}{73} \approx \underline{20{,}56^\circ}$ – угол между диагоналями